

**STATIČKE I DINAMIČKE
KARAKTERISTIKE MERNIH
PRETVARAČA**

STATIČKE KARAKTERISTIKE

- U opštem slučaju, konverzija mernog signala x u informacioni signal y na izlazu iz mernog pretvarača opisuje se prostom linearnom diferencijalnom jednačinom:

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = \\ & = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \end{aligned}$$

$$m \leq n .$$

- Za nulte početne uslove, primenom Laplasove transformacije, gde je
- $s = \sigma + j\omega$ kompleksan broj, iz diferencijalne jednačine dobija se prenosna funkcija:

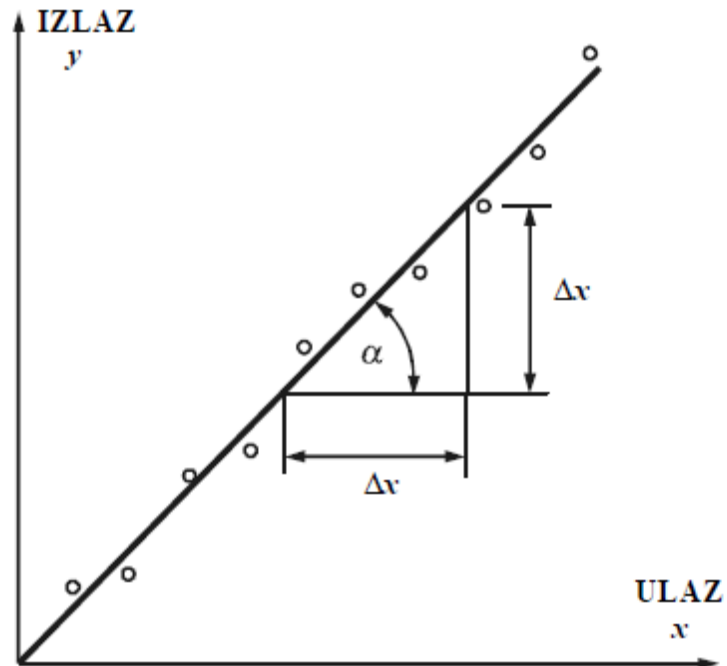
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}, \quad m \leq n.$$

- Statička karakteristika je odnos izlazne i ulazne veličine u stacionarnim uslovima:
- $y = kx$, što podrazumeva da su sve dinamičke promene jednake nuli, tj. da je:

$$\frac{d^i x}{dt^i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \frac{d^k y}{dt^k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

- Koeficijent $k = b_0 / a_0$ naziva se koeficijent proporcionalnosti, koeficijent statičkog prenosa ili koeficijent pojaanja.
- Njegove dimenzije dobijaju se kao odnos jedinica izlaza y i jedinica ulaza x .
- Na slici prikazana je tipična statička karakteristika mernog pretvarača. To je pravac u koordinantnom sistemu „izlaz-ulaz“.
- Koeficijent prenosa, u skladu sa jednačinom određuje se kao tangens ugla statičkog pravca u odnosu na apscisu:

$$k = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha.$$



Statička karakteristika mernog pretvarača

- Statička karakteristika eksperimentalno se dobija tako da se zada vrednost ulazne veličine, sačeka da se smire sve prelazne pojave i onda očita vrednost izlaza.
- Postupak se ponavlja tako što se zadaju nove vrednosti ulaza po rastućoj ili opadajućoj sekvenci

Za većinu fizikalnih principa koji su našli svoju praktičnu primenu u tehnici mernih pretvarača statička karakteristika nalazi se uz uslov da:

- popratni efekti i efekti višeg reda nisu bitni, te se mogu zanemariti;
- merena, odnosno ulazna veličina ne zavisi od vremena;
- vrednosti karakteristike dobijene za rastuću sekvencu ulazne veličine podudaraju se sa vrednostima karakteristike dobijene za opadajuću sekvencu.

- **Linearnost.** To je podudarnost realne karakteristike y_r i idealne statičke karakteristike y_i . U zavisnosti od toga kojim inerpolacionim postupkom je određen idealni pravac, razlikuju se: nezavisna, nulta i terminalna linearnost. Najčešće se primenjuje terminalna linearnost, koja se računa kao:

$$L = \frac{|y_r - y_i|_{\max}}{y_{\max} - y_{\min}} 100\% ,$$

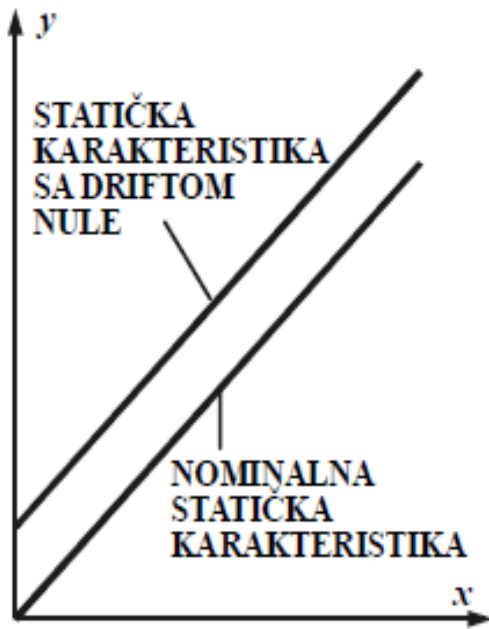
- **Osetljivost** senzora određuje se za datu vrednost merene veličine nakon dostignutog stacionarnog stanja kao odnos priraštaja izlazne veličine i priraštaja merene veličine

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} .$$

- **Osetljivost na poremećaje** određuje uticaj vanjskih delovanja, pre svega temperature, na statičku karakteristiku mernog pretvarača. Ovi uticaji najčešće se izražavaju kao drift nule i drift osetljivosti.
- Drift je promena (nestabilnost) statičke karakteristike i , uopšte, metroloških parametara mernog pretvarača koji se nalazi u uobičajenim uslovima upotrebe, u toku dužeg vremenskog perioda. Obično se izražava u procentima opsega.

- Drift nule opisuje promene (nestabilnosti) očitavanja izlaza za nultu vrednost ulaznog signala koje nastaju delovanjem vanjskih faktora.
- Drift nule obično se izražava u jedinicama merene veličine po jedinici temperature, s obzirom da je temperatura dominantan vanjski uticaj.
- Efekt drifta nule odražava se na pomicanje statičke karakteristike duž ordinate (slika a).

- Efekat drifta osetljivosti odražava se kao promena nagiba statičke karakteristike (slika b).
- Drift nule i drift osetljivosti mogu delovati istovremeno, pa u tom slučaju statička karakteristika izgleda kao na slici c.



a)



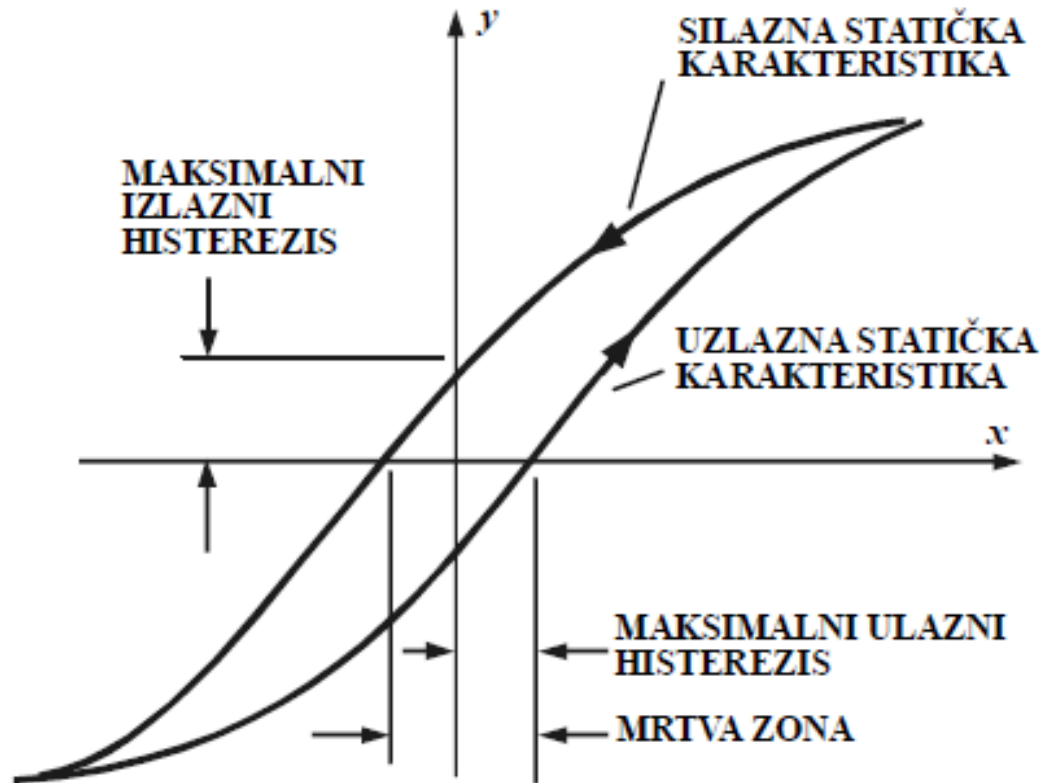
b)



c)

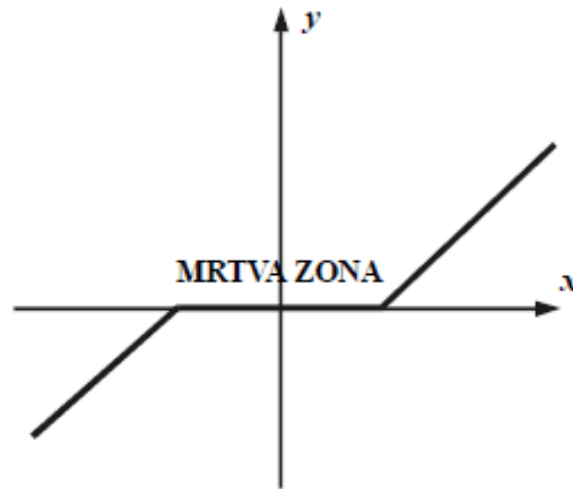
Nestabilnost statičke karakteristike: a) drift nule, b) drift osetljivosti, c) kombinovani drift

- **Histerezis** je pojava nepodudaranja statičke krive $y_1(x)$ dobijene za rastuću sekvencu ulaznih vrednosti i statičke krive $y_2(x)$ dobijene za opadajuću sekvencu ulaznih vrednosti.
- Histerezis je posebno prisutan kod elektromehaničkih mernog pretvarača.



Nelinearni efekti: a) histerezis

- **Mrtva zona** je područje između dve vrednosti ulazne veličine kada nema nikakve promene ulazne veličine. Histerezis je uvek praćen mrtvom zonom, ali se mrtva zona pojavljuje i kao zaseban efekat.



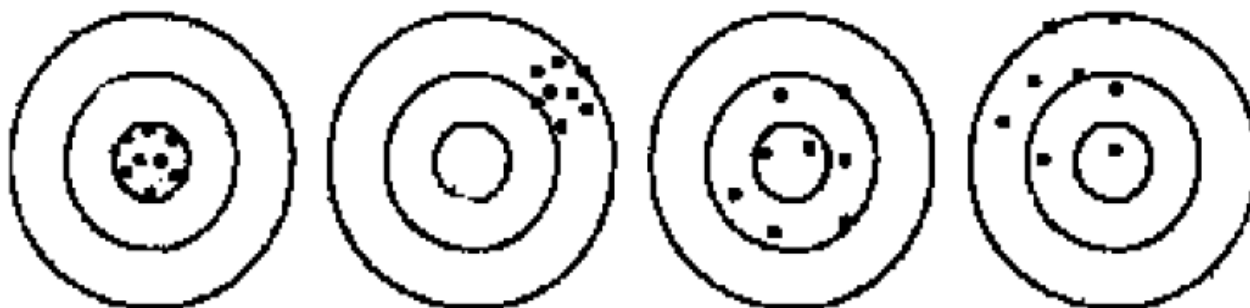
Nelinearni efekti: mrtva zona

- **Prag osetljivosti** je minimalna vrednost ulazne veličine koja će, pri njenom porastu od nule, izazvati promenu indikacije na izlazu.
- Najčešće se daje u procentima opsega, mada se ponekad izražava i kao apsolutna vrednos.

- **Rezolucija** govori koliki je minimalni priraštaj merene veličine koji će izazvati promenu indikacije na izlazu.
- Ponekad se izražava kao apsolutna vrednost, a ponekad u procentima punog opsega. Za rezoluciju je najvažnije kako je opseg izdeljen na podeoke.

- ***Greška unutrašnjeg trenja*** nastaje kod mernih pretvaraca koji imaju izraženo unutrašnje trenje koje merna velicina treba da savlada pri dejstvu na merni pretvarac. Ona se cesto meša sa histerezisom pa se cak i specificira u okviru histerezisa.
- ***Ponovljivost*** predstavlja sposobnost mernog pretvaraca da ponovi vrednost izlazne velicine kada mu se saopšti ista merna velicina, pod istim uslovima i pri istom toku (misli se na porast ili smanjenje).

Važno je razlikovati preciznost od tačnosti:



TAČNO i
PRECIZNO

NETAČNO i
PRECIZNO

TAČNO i
NEPRECIZNO

NETAČNO i
NEPRECIZNO

DINAMIČKE KARAKTERISTIKE MERNIH PRETVARAČA

- Dinamičke karakteristike opisuju ponašanje mernog pretvarača nakon što se merena veličina promenila pa do trenutka kada se na izlazu ponovo uspostavi stacionarno stanje.
- U vremenskoj oblasti dinamičko ponašanje mernog pretvarača opisuje diferencijalna jednačina n -tog reda.
- Da bi se mogli upoređivati različiti merni pretvarači na ulaz se dovode promene merene veličine u formi tipičnih ispitnih funkcija:

- skokovita funkcija:
- nagibna funkcija: $x(t) = k t$
- sinusna funkcija: $x(t) = A \sin \omega t$
- Osim ovih navedenih, upotrebljavaju se: impulsna Dirakova funkcija, eksponencijalna, trouglasta i četvrtasta.
- Dinamički odziv mernog pretvarača je ponašanje izlazne veličine y u vremenu nakon što se ulazna veličina x promenila na način neke tipične funkcije.
- Za praktičnu analizu mernog pretvarača u vremenskoj oblasti najviše se primenjuje skokovita funkcija, jer se ona najlakše realizuje.

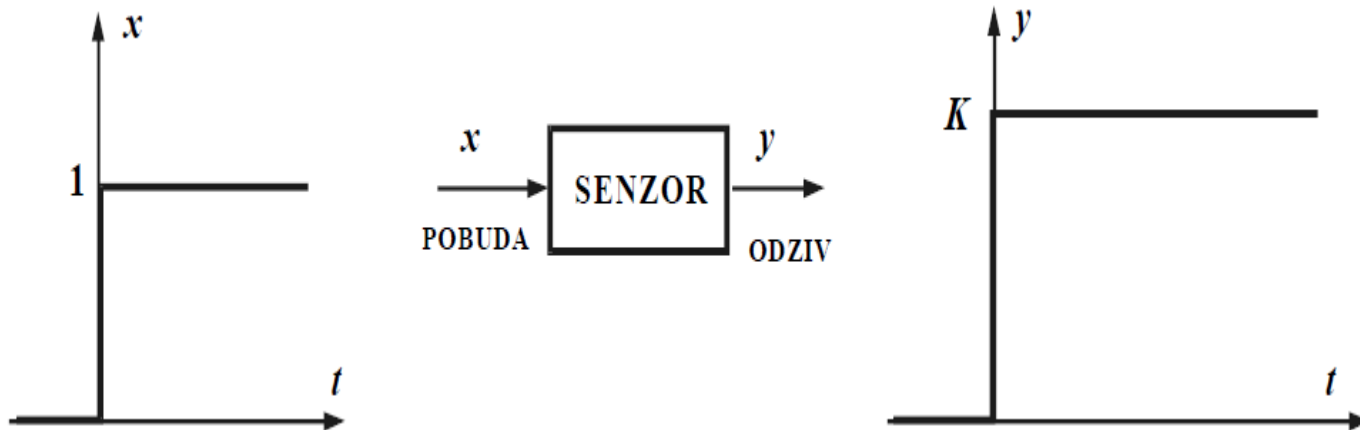
- **Odziv mernog pretvarača nultog reda.** Ako su svi koeficijenti na levoj strani diferencijalne jednačine jednaki nuli, osim koeficijenta a_0 , tada se senzor ponaša kao sistem nultog reda.
- Odziv senzora kao sistema nultog reda na skokovitu promenu ulaza opisuje jednaina:

$$a_0 y(t) = b_0 x(t) .$$

Oдавде се добија да је излаз директно пропорционалан улазној величини:

$$y(t) = Kx(t)$$

- gde je $K = b_0/a_0$ koeficijent pojačanja sistema nultog reda, koji je zapravo jednak osetljivosti.
- Sistem nultog reda naziva se još i bezinercioni sistem, jer bez ikakvog kašnjenja prati promene ulaza.
- Kao primer ovakvog senzora može da se navede potenciometarski detektor pomaka: napona na izlazu u svakom trenutku proporcionalan je položaju klizača.



Odziv senzora kao sistema nultog reda na skokovitu promenu merene veličine

- **Odziv senzora kao sistema prvog reda.** Realni senzori uvek imaju neku inerciju.
- Takav senzor je sistem prvog reda.
- To znači da su u opštoj diferencijalnoj jednačini svi koeficijenti a_n, a_{n-1}, \dots, a_2 jednaki nuli, pa se ona svodi na:

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) .$$

Uobičajena forma pisanja diferencijalne jednačine prvog reda je:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t) ,$$

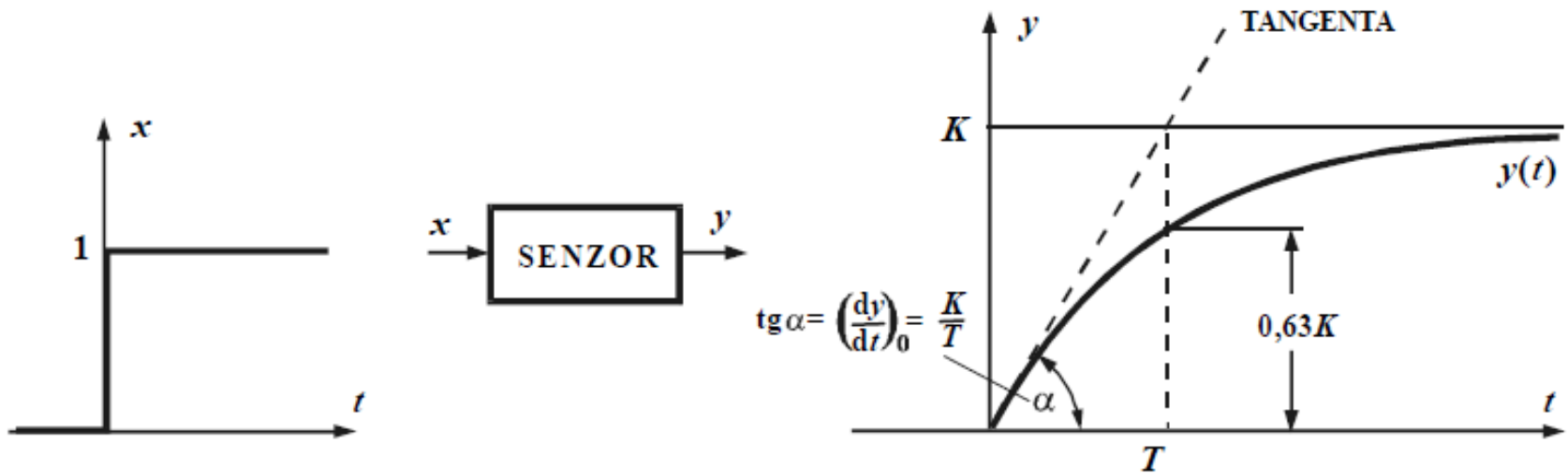
- gde su: $T = a_1/a_0$ vremenska konstanta senzora, izražena u sekundama ili minutama, i
- $K = b_0/a_0$ koeficijent pojačanja ili statičkog prenosa.
- Za nulte početne uslove $y(0) = 0$ i jediničnu pobudu $x(t) = 1(t)$, rešenje poslednje
- diferencijalne jednačine je:

$$y(t) = [y(0) - y(\infty)]e^{-t/T} + y(\infty) = K(1 - e^{-t/T}).$$

- Vremenska konstanta senzora T rezultat je postojanja inercije (mehaničke, toplotne, hidrauličke, pneumatske) i zbog toga odziv izlaza y nakon skokovite promene ulaza x ne može biti trenutna, već se iz starog stacionarnog stanja $y(0)$ aperiodski približava novom stacionarnom stanju $y(\infty)$.

- Što god je vremenska konstanta manja i uticaj inercije na dinamiku odziva je manji, pa se odziv senzora
- prvog reda približava odzivu sistema nultog reda.
- Da bi greška zbog inercije senzora bila što manja, uobičajeno je da se upotrebljavaju senzori koji imaju vremensku konstantu bar za jedan red manju od vremenske konstante objekta upravljanja.
- Iz jednačine dobije se da je $y(T) = 0,63K$, tj. odziv sistema dostiže 63% maksimalnog izlaza u trenutku $t=T$.

Na osnovu toga može se odrediti vremenska konstanta grafički tako što se u tački $t=0$ na odziv povuče tangenta do preseka sa novim stacionarnim stanjem (sl).



Odziv senzora kao sistema prvog reda
na skokovitu promenu merene
veliĉine

- **Odziv senzora kao sistema drugog reda.** Ako su svi koeficijenti: a_n, a_{n-1}, \dots, a_3 u jednačini jednaki nuli, dinamičke promene izlaza koje su izazvane skokovitim promenama ulaza opisuje diferencijalna jednačina drugog reda:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t).$$

Uobičajeno je da se diferencijalna jednačina piše u kanonskoj formi kao:

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t) ,$$

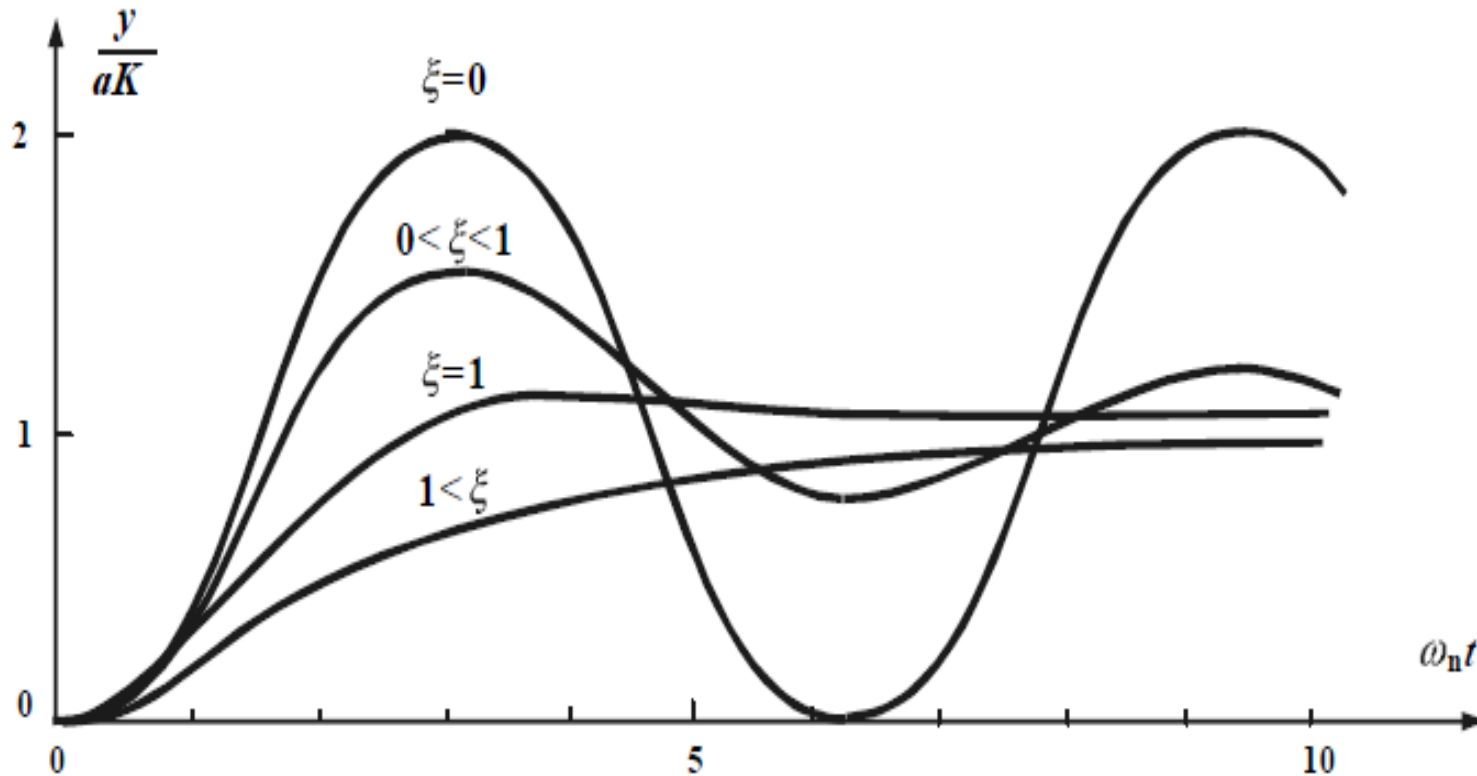
ili:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t) ,$$

gde su: $K = b_0/a_0$ koeficijent statičkog prenosa (osetljivost), neprigušena prirodna frekvencija ili frekvencija sopstvenih oscilacija, $\xi = a_1/2\sqrt{a_0 a_2}$

$$\omega_n = \sqrt{a_0/a_2}$$

- Na slici predstavljeni su mogući odzivi mernog pretvarača kao sistema drugog reda na skokovitu promenu ulaza.
- Na ordinatu je nanesen normirani odziv y/aK . Uočava se da senzor kao sistem drugog reda ima veliki preskok i veliko vreme smirivanja prigušenih oscilacija.
- Komercijalni elektromehanički merni urđ | aji obično se grade sa koeficijentom prigu{enja $\xi = 0,6 - 0,8$, čime se postiže kompromis između brzine odziva i greške usled preskoka.
- Senzori u sistemima automatskog upravljanja sa negativnom povratnom spregom smeju imati samo aperiodski odziv, tj. Koeficijent prigu{enja $\xi > 1$, jer bi u protivnom sistem mogao biti nestabilan

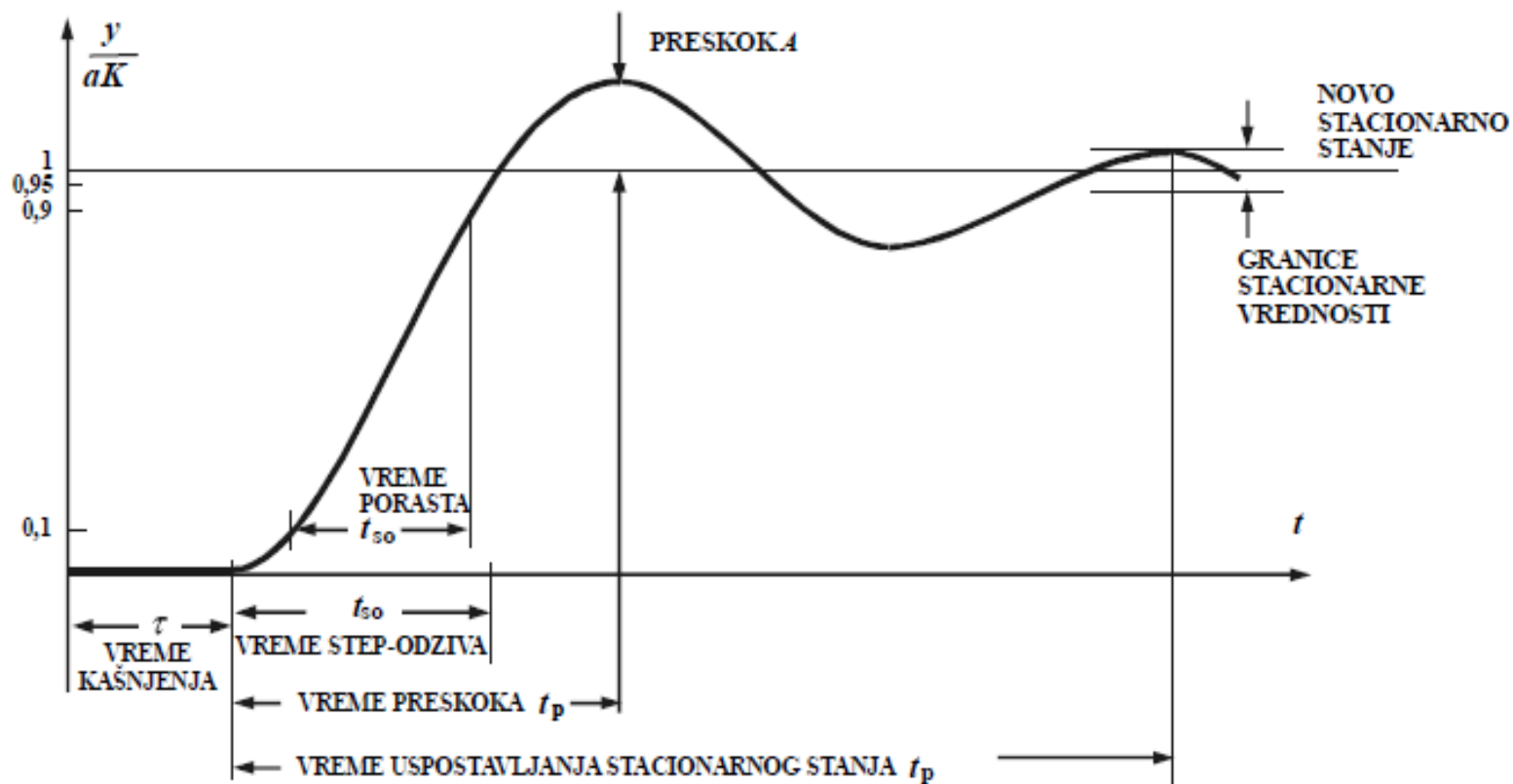


Odziv mernog pretvarača kao sistema drugog reda na skokovitu promenu ulaza $x(t)=1(t)$

- **Parametri dinamičke karakteristike u vremenskoj oblasti**
- Parametri koji deklarišu dinamičko ponašanje mernog pretvarača u vremenskoj oblasti dobijaju se iz oscilatorno prigušenog odziva senzora na skokovitu pobudu (slika).
- **Vreme ka{njenja** τ ili mrtvo vreme je vreme koje protekne od trenutka kada se desi skokovita promena na ulazu pa do trenutka kada se indicira izlaz.
- **Vreme uspona (porasta) *tu*** definiše se kao vreme potrebno da se izlaz promeni od 10% do 90% novog stacionarnog stanja, i to pre pojave prvog preskoka.



- **Vreme uspostavljanja stacionarnog stanja t_s** ili vreme smirivanja određuje se kao vreme od trenutka kada se izlaz indicira pa do trenutka kada izlaz dospe unutar definisanih granica do $\pm 5\%$ konačne stacionarne vrednosti.
- **Vreme step-odziva t_{so}** određuje se iz odziva mernog pretvarača na skokovitu promenu ulaza kao vreme potrebno da izlaz dostigne 95 – 99% novog stacionarnog stanja, i to pre pojave prvog preskoka.
- **Dominantna vremenska konstanta T** definiše se kao vreme potrebno da ovojnica amplituda prelaznog procesa opadne na 37% svoje početne vrednosti.
- **Koeficijent statičkog pojačanja K** određuje se nakon jedinične skokovite promene ulaza kao razlika između novog i starog stacionarnog stanja



Parametri dinamičkog odziva mernog pretvarača kao sistema drugog reda